

ESPRESSIONE ALTERNATIVA PER LA VARIANZA DELLA POPOLAZIONE

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - \mu^2$$

Questa sequenza mostra un'espressione alternativa della varianza della popolazione di una v.c.. È un modo per impraticchirsi sull'uso del valore atteso.

ESPRESSIONE ALTERNATIVA PER LA VARIANZA DELLA POPOLAZIONE

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - \mu^2$$

$$\sigma_X^2 = E[(X - \mu)^2]$$

Iniziamo con il definire la varianza della popolazione di X .

ESPRESSIONE ALTERNATIVA PER LA VARIANZA DELLA POPOLAZIONE

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - \mu^2$$

$$\begin{aligned}\sigma_X^2 &= E[(X - \mu)^2] \\ &= E(X^2 - 2\mu X + \mu^2)\end{aligned}$$

Sviluppiamo il quadrato.

ESPRESSIONE ALTERNATIVA PER LA VARIANZA DELLA POPOLAZIONE

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - \mu^2$$

$$\sigma_X^2 = E[(X - \mu)^2]$$

$$= E(X^2 - 2\mu X + \mu^2)$$

$$= E(X^2) + E(-2\mu X) + E(\mu^2)$$

La prima regola del valore atteso viene usata per decomporre l'espressione in tre parti.

ESPRESSIONE ALTERNATIVA PER LA VARIANZA DELLA POPOLAZIONE

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - \mu^2$$

$$\sigma_X^2 = E[(X - \mu)^2]$$

$$= E(X^2 - 2\mu X + \mu^2)$$

$$= E(X^2) + E(-2\mu X) + E(\mu^2)$$

$$= E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2$$

La seconda regola del valore atteso viene usata per semplificare il termine centrale e la terza regola per semplificare l'ultimo termine.

ESPRESSIONE ALTERNATIVA PER LA VARIANZA DELLA POPOLAZIONE

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - \mu^2$$

$$\sigma_X^2 = E[(X - \mu)^2]$$

$$= E(X^2 - 2\mu X + \mu^2)$$

$$= E(X^2) + E(-2\mu X) + E(\mu^2)$$

$$= E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2$$

$$= E(X^2) - 2\mu^2 + \mu^2$$

Il termine centrale viene riscritto, sfruttando il fatto che $E(X)$ e μ_X sono due modi differenti per scrivere la media della popolazione di X .

ESPRESSIONE ALTERNATIVA PER LA VARIANZA DELLA POPOLAZIONE

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - \mu^2$$

$$\sigma_X^2 = E[(X - \mu)^2]$$

$$= E(X^2 - 2\mu X + \mu^2)$$

$$= E(X^2) + E(-2\mu X) + E(\mu^2)$$

$$= E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2$$

$$= E(X^2) - 2\mu^2 + \mu^2 = E(X^2) - \mu^2$$

Quindi otteniamo questo risultato.